#### Alberi n-ari

#### Definizione degli alberi n-ari per induzione strutturale

- L'albero costituito da un unico nodo r senza genitori è un albero, con radice r:
- ② Se  $t_1, t_2, ..., t_n$  sono alberi, con radici, rispettivamente,  $r_1, r_2, ..., r_n$ , e r è un nuovo nodo, allora la struttura che si ottiene aggiungendo il nodo r come genitore di  $r_1, r_2, ..., r_n$  è un albero;
- Nient'altro è un albero

#### Rappresentazione

```
type 'a ntree = Tr of 'a * 'a ntree list
```

 Una foglia etichettata da n è rappresentata da Tr(n,[]) (non ha sottoalberi)

```
(* leaf: 'a \rightarrow 'a ntree *) let leaf x = Tr(x, [])
```

 L'albero con radice n e sottoalberi t1,...,tn è rappresentato da Tr(n,[t1;...;tn])

#### La definizione è mutuamente ricorsiva:

- 'a ntree definito in termini di 'a ntree list
- 'a ntree list definito in termini di 'a ntree

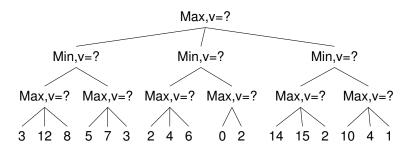
#### Esiste l'albero vuoto?

## Esempio

```
let t = Tr(1, [Tr(2, [Tr(3, [leaf 4; leaf 5]);
               Tr(6, [leaf 7]);
                leaf 81);
         leaf 9;
         Tr(10, [Tr(11, [leaf 12; leaf 13; leaf 14]);
                 leaf 15;
                 Tr(16, [leaf 17;
                        Tr(18, [leaf 19; leaf 20])])])
                   10
6
   8
                   15
                          16
        12 13 14
                       17
                           19
                               20
```

A ogni foglia è assegnato un valore (utilità per Max della situazione corrispondente).

Il giocatore Min cerca di minimizzare l'utilità, Max di massimizzarla.

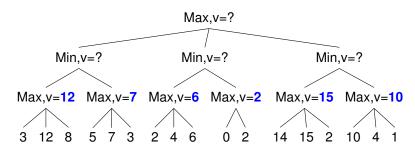


I valori si propagano verso l'alto

Max massimizza il valore dei figli

A ogni foglia è assegnato un valore (utilità per Max della situazione corrispondente).

Il giocatore Min cerca di minimizzare l'utilità, Max di massimizzarla.

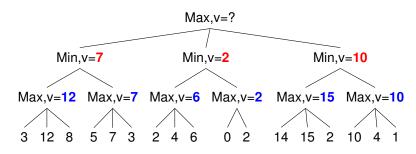


I valori si propagano verso l'alto

- Max massimizza il valore dei figli
- Min minimizza il valore dei figli

A ogni foglia è assegnato un valore (utilità per Max della situazione corrispondente).

Il giocatore Min cerca di minimizzare l'utilità, Max di massimizzarla.

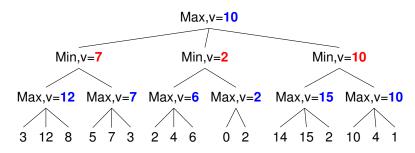


I valori si propagano verso l'alto

- Max massimizza il valore dei figli
- Min minimizza il valore dei figli
- Max massimizza il valore dei figli

A ogni foglia è assegnato un valore (utilità per Max della situazione corrispondente).

Il giocatore Min cerca di minimizzare l'utilità, Max di massimizzarla.



I valori si propagano verso l'alto

- Max massimizza il valore dei figli
- Min minimizza il valore dei figli
- Max massimizza il valore dei figli: sceglierà la mossa di destra

### Alberi di minimax (I)

#### Dal compito d'esame di Luglio 2013

Un albero di minimax è un albero n-ario le cui foglie sono etichettate da interi, e i nodi intermedi sono etichettati da una coppia di elementi, costituita da uno dei due valori *Min* o *Max* e da un intero.

L'intero è detto valore numerico del nodo (intermedio o foglia).

Rappresentiamo gli alberi di minimax mediante le seguenti dichiarazioni di tipo:

### Alberi di minimax (II)

I valori numerici dei nodi di un albero di minimax sono ben assegnati se:

- per ogni nodo intermedio etichettato da (*Max*, *n*), *n* è il massimo valore numerico dei figli del nodo;
- per ogni nodo intermedio etichettato da (Min, n), n è il minimo valore numerico dei figli del nodo.

(le foglie possono avere qualsiasi valore numerico).

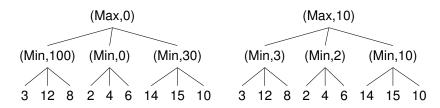
Scrivere un programma con una funzione

#### propagate: minmaxtree -> minmaxtree,

che, applicata a un qualsiasi albero  $\mathcal{T}$  di minimax, restituisca l'albero che si ottiene da  $\mathcal{T}$  sostituendo (eventualmente) i valori dei nodi intermedi in modo che siano ben assegnati.

### Esempio

Dall'albero rappresentato a sinistra (i cui valori non sono ben assegnati) si otterrà quello rappresentato a destra:



Vai al codice